

Tentamen Calculus 2

23 april 2008, 14.00-17.00 uur.

Per opgave zijn maximaal 1,5 punten te behalen. Totaal: 9 + 1 (gratis) punten. De detailnormering staat onderaan het tentamen. Het gebruik van de grafische rekenmachine is toegestaan. Echter, antwoorden die uitsluitend m.b.v. de grafische rekenmachine verkregen zijn, worden niet goed gerekend: Alle antwoorden dienen te worden gemotiveerd. Succes!

1. (a) Vul de volgende definitie aan:

De reeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots$$

is convergent als ...

- (b) Om na te gaan of een gegeven reeks (absoluut) convergent, dan wel divergent is, kunnen we de ratio test gebruiken. Formuleer deze test.

- (c) Onderzoek de (absolute) convergentie van

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}$$

2. Gegeven is de machtreeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2x + 5)^n}{(n + 1)3^n}$$

- (a) De bovenstaande machtreeks is convergent voor alle x die voldoen aan $|x - 5/2| < R$. Toon aan dat de convergentiestraal R gelijk is aan $3/2$.
- (b) Is de reeks convergent voor $x = -1$?
- (c) Onderzoek de convergentie indien $x = -4$.
- (d) Geef alle (reële) x waarvoor de bovenstaande machtreeks convergeert; motiveer.

3. De functie f wordt gegeven door

$$f(x, y) = \frac{x y^2}{x^2 + y^4}$$

waarbij $(x, y) \neq (0, 0)$.

- (a) Toon aan dat

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$$

niet bestaat.

- (b) Bereken de partiële afgeleiden f_x en f_{xx} (voor $(x, y) \neq (0, 0)$).
- (c) Bepaal het tweede-graads Taylor-polynoom van $f(x, 1)$ rond $x = 0$.

Z.O.Z.

4. We beschouwen de integraal

$$\iint_R e^{x+y} dA$$

waarbij het gebied R wordt gegeven door $|x| + |y| \leq 1$.

- (a) Schets het gebied R in het xy -vlak.
- (b) We willen de integraal bepalen door de variabelen x, y te vervangen door u, v waarbij $u = x + y$ en $v = x - y$. Bepaal de Jacobiaan van deze coördinaattransformatie.
- (c) Bereken de integraal.

5. (a) Bereken de algemene oplossing $y(x)$ van

$$y'' - 2y' + y = 0$$

(b) Idem,

$$y'' - 2y' + y = x + 1$$

(c) Bepaal een particuliere oplossing van

$$y'' - 2y' + y = (x + 1)e^x$$

6. Bepaal de oplossing $y(x)$ van

$$y'' = xy$$

die voldoet aan $y(0) = 0$ en $y'(0) = 1$ in de vorm van een machtreeks.

Detailnormering:

1a	0.5	2a	0.5	3a	0.6	4a	0.2	5a	0.5	6	1.5
b	0.5	b	0.3	b	0.4	b	0.6	b	0.4		
c	0.5	c	0.5	c	0.5	c	0.7	c	0.6		
		d	0.2								

rekenfout = -0.1 punt